

آنالیز عددی جریان های گسسته مکانی در سرریزهای کناری و جمع کننده ها

امیرحسین محمدپورا و محمدرضا مجدزاده طباطبائی*۲

۱. کارشناس ارشد آب و سازه های هیدرولیکی، دانشکده مهندسی عمران، آب و محیط زیست، دانشگاه شهید بهشتی، تهران،

ایران

۲. مربی، دانشکده مهندسی عمران، آب و محیط زیست، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران

چکیده

در تحقیق کنونی، مفهوم جایگزین یک ضریب دبی اولیه در امتداد سرریز کناری طولی، با استفاده از سرریز مایل مورد بررسی قرار گرفت. پنج زاویه مختلف (30° ، 45° ، 60° ، 75° و 90°) در جهت جریان (مایل به سمت چپ) با توجه به دیوار کانال فرعی مورد آزمایش قرار گرفتند. یک راه حل عددی از دو معادله دیفرانسیل معمولی برای عمق جریان و دبی با برنامه و با استفاده از روش اویلر پیشنهاد شده و با مقادیر تجربی آن مقایسه شده است. نتایج، به امکان همبستگی پروفیل سطح آب (W.S.P)، عمق آب و دبی جریان به صورت عددی به اندازه امکان افزایش دبی جریان از طریق کانال فرعی بوسیله نصب یک سرریز مایل کناری اشاره می کند. بنابراین دبی جریان را می توان با زاویه سرریز کناری افزایش داد. حداکثر دبی در زاویه 30° درجه ای که در آن درصد افزایش در مقایسه با آن در 90° درجه 70% بود، رخ داد.

کلید واژه: سرریز کناری، آنالیز عددی، مقطع بحرانی، پروفیل سطح آب، شیب جانبی کانال

مقدمه

محاسبات عددی یا آنالیز عددی به تنظیم، مطالعه و اعمال شیوه‌های تقریبی محاسباتی برای حل آن دسته از مسائل ریاضیات پیوسته (در مقابل ریاضیات گسسته) می‌پردازد که با روش‌های تحلیلی و دقیق قابل حل نیستند.

برخی از مسائل مورد نظر محاسبات عددی به طور مستقیم از حسابان می‌آید. جبر خطی عددی (بر روی میدان‌های حقیقی یا مختلط) و نیز حل معادلات دیفرانسیل خطی و غیرخطی مربوط به فیزیک و مهندسی از جمله‌ی زمینه‌های دیگر برای کاربرد محاسبات عددی است.

معادلات دیفرانسیلی پروفیل جریان‌های گسسته مکانی با دبی افزایشنده و کاهشنده، از جمله مسائلی هستند که حل آن‌ها با استفاده از روش‌های تحلیلی و دقیق غیرممکن و یا بسیار سخت می‌باشد. از همین رو مطالعات زیادی بر روی این معادلات توسط محققین مختلف صورت گرفته است که منجر به ارائه‌ی راه‌حل‌های مختلف از جمله روش آزمون و خطا، رانگ کوتای مرتبه ۲ و ۴ و ... شده است و در این پژوهش مورد بررسی قرار گرفته و به برخی از کاربردهای آن اشاره شده است.

یکی از سازه‌های مهمی که بدست آوردن پروفیل جریان بر روی آن‌ها با استفاده از روش‌های فوق بدست آید، سرریزها هستند. سرریزها سازه‌های هیدرولیکی هستند که برای اندازه‌گیری جریان، انحراف، تنظیم، انتشار انرژی و اهداف بسیار دیگری مورد استفاده قرار می‌گیرند. سرریزی که در کانال به منظور انحراف جریان نصب می‌گردد، به عنوان سازه کلیدی در پروژه‌های هیدرولیکی زیادی استفاده می‌شود.

مبانی نظری و فرضیات پژوهش

یک جریان متغیر مکانی عبارت است از جریان متغیر تدریجی دائمی با دبی متغیری که در طول کانال و در جهت جریان، مقدار دبی آن تغییر می‌یابد. لذا در هر مقطع تغییرات عمق جریان و دبی نسبت به زمان صفر، ولی مقادیر مذکور در طول مسیر تغییر می‌یابند. برحسب نوع تغییرات دبی، این نوع جریان‌ها را به دو گروه تقسیم می‌کنند:

۱. جریان‌های متغیر مکانی با افزایش شدت جریان

۲. جریان‌های متغیر مکانی با کاهش شدت جریان

۱. جریان‌های متغیر مکانی با افزایش شدت جریان:

در این نوع جریان که در طبیعت به وفور یافت می‌شوند، بر شدت جریان آب در طول مسیر بتدریج افزوده شده و در نتیجه‌ی اختلاط دو جریان و آشفتگی حاصله از آن، مقدار افت انرژی به صورت قابل ملاحظه‌ای افزایش می‌یابد. از آن جا که محاسبه و تعیین مقدار دقیق این افت انرژی غیرممکن است، و از طرفی آب اضافه شده، دارای مقدار حرکتی در جهت جریان کانال نمی‌باشد، برای بدست آوردن معادلات مربوطه از معادله مقدار حرکت که تعیین آن به سهولت امکان پذیر است، استفاده می‌گردد.

برای اعمال معادله‌ی مقدار حرکت و استفاده از آن جهت تعیین معادله دینامیکی این نوع جریان‌ها، فرضیات زیر انجام می‌گیرد:

۱- پخش فشار به صورت هیدروستاتیکی صورت پذیرفته و لذا انحنای سطح آب معتدل فرض می‌گردد. بدیهی است نواحی دارای انحنای زیاد (در صورت وجود) از این محاسبات مستثنی خواهند بود.

۲- تحلیل بر اساس روش یک بعدی انجام گرفته و ضریب بتا برای معین نمودن غیریکنواختی سرعت کفایت می‌کند.

۳- روابط مقاومت در برابر جریان‌های یکنواخت نظیر معادله مانینگ برای نشان دادن میزان اصطکاک در برابر جریان کفایت می‌کند.

۴- اثر مخلوط شدن و محبوس شدن هوا در آب که در معادله مقدار حرکت تاثیر می‌گذارد، قابل صرف نظر کردن است.

۵- جریان وارده به کانال باعث تغییر مقدار حرکت در جهت طولی کانال نمی‌شود.

۶- جریان دائمی در نظر گرفته شود.

۷- کانال منشوری و دارای شیب کم می‌باشد.

۲. جریان های متغیر مکانی با کاهش شدت جریان :

در این نوع جریان ها که موارد مثال آن در طبیعت فراوان یافت می شود ، کاسته شدن جریان باعث تغییرات قابل ملاحظه و مشخص آنی در جریان نشده و لذا افت انرژی را مساوی صفر قرار داده و از معادله ی انرژی استفاده می گردد.

برای تعیین معادله ی دینامیکی جریان متغیر مکانی با کاهش دبی ، فرضیات زیر صورت می گردد :

- ۱- پخش فشار هیدروستاتیکی خواهد بود.
- ۲- جریان یک بعدی در نظر گرفته می شود.
- ۳- افت اصطکاکی براساس معادله ی مانینگ معین می گردد.
- ۴- برداشت آب تاثیر چندانی در انرژی موجود در واحد جرم آب ندارد.
- ۵- جریان دائمی است.
- ۶- کانال منشوری شکل و دارای شیب کم می باشد.

آنالیز عددی جریان سرریز کناری

مقطع بحرانی جریان در یک کانال جمع کننده

با استفاده از مفهوم نقطه منفرد، مقطع بحرانی جریان در کانال جمع کننده می تواند با حل معادله دینامیکی جریان گسسته و فرمول مانینگ جانمایی شود. علاوه بر طول کانال و پایاب پایین دست، حضور مقطع بحرانی در یک جریان گسسته هم چنین بستگی به ترکیب هندسه مقطع عرضی کانال، سختی، شیب، و میزان جریان ورودی دارد. وقتی مقطع بحرانی باید در کانال جمع کننده ایجاد گردد، دو پارامتر بدون بعد، Fq/S_o معرف ظرفیت طراحی، و N/S_o معرف سختی کانال، که از این تحقیق استخراج می شوند می توانند راهنمای جامعی در انتخاب پارامترهای مقطع عرضی کانال باشند. مجموعه ای از نمودارهای طراحی در این مقاله برای کانال های دوزنقه ای با شیب جانبی $1V:1H$ یا $0.5V:1H$ یا $zero V:1H$ تهیه شدند.

جریان بحرانی در یک جریان گسسته

بدون جریان ورودی بالادست، دبی کانال جمع کننده متناسب با جریان ورودی جانبی یکنواخت و دائمی ، و طول کانال است. بنابراین، خواهیم داشت:

$$Q_x = qx \quad -1$$

که در آن، Q_x = دبی در موقعیت x در کانال، q = میزان جریان ورودی جانبی در واحد طول کانال، و x = فاصله از ابتدای کانال. هنگامی که جریان جانبی عمود بر کانال جمع کننده است، معادله دینامیکی برای جریان گسسته با استفاده از عمق متغیر جریان به صورت زیر نشان داده می شود: (Chow ۱۹۵۹)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_o - S_c - 2 \frac{D}{x} Fr^2}{1 - Fr^2} \quad -2$$

که در آن، y = عمق جریان، S_o = شیب کانال، S_c = شیب خط انرژی، g = شتاب ثقل، A = منطقه جریان، و D = عمق هیدرولیکی که نسبت سطح مقطع جریان به عرض بالای آن ، T می باشد. عدد فرود، Fr ، با عمق هیدرولیکی یا عرض بالایی به صورت زیر تعریف می شود :

$$Fr^2 = \frac{Q^2}{gA^3 D} = \frac{Q^2 T}{gA^3} \quad -3$$

که در آن، Fr = عدد فرود جریان. معادله ۲ زمانی حل می شود که شرایط پایاب شناخته شود یا مقطع کنترل جانمایی شده باشد. این مطالعه بر روی مواردی تمرکز دارد که با افزایش میزان دبی در جهت پایین دست، رژیم جریان به صورت متغیر مکانی از حالت زیربحرانی به فوق بحرانی تغییر حالت می دهد. بنابراین، مقطع جریان بحرانی می تواند به عنوان مقطع کنترل

به شمار آید. با استفاده از معادله ۲ با استفاده از مقطع بحرانی با عدد فرود جریان برابر با مقدار واحد، راه حل صورت می گیرد (Bremen and Hager 1989):

$$Fr^2 = 1 \text{ یا } Fr^2 = 1 - 4 \quad -4$$

$$S_o - S_c - 2 \frac{D_c}{x_c} = 0 \quad -5$$

نماد c معرف پارامترهای مربوط به مقطع جریان بحرانی می باشد. (Bremen and Hager (1989) پیشنهاد دادند که معادلات ۴ و ۵ راه حل هایی برای تعیین موقعیت مقطع بحرانی فراهم می کنند. با کمک معادله ۴، معادله ۳ به این صورت می گردد:

$$Q_c^2 = \frac{gA_c^3}{T_c} \quad -6$$

با اعمال معادله ۱ در معادله ۶، موقعیت مقطع جریان بحرانی، x_c ، به این صورت تعیین می گردد:

شیب اصطکاکی در مقطع جریان بحرانی با استفاده از معادله مانینگ تخمین زده می شود:

$$x_c = \frac{Q_c^2 n^2}{\frac{1}{2/22 A_c^3 P_c^3}} \quad -7$$

که در آن n = ضریب سختی مانینگ، P_c = پارامتر مربوط در مقطع جریان بحرانی. با جایگذاری معادلات ۱، ۷ و ۸ در معادله ۵:

$$S_o - \frac{gP_c^3 n^2}{2/22 T_c A_c^3} - 2 \frac{q}{\sqrt{gT_c A_c}} = 0 \quad -8$$

(Henderson (1966) با استفاده از فرمول Chezy به معادله مشابه با معادله ۹ رسید. (French (1985) با استفاده از پیشنهاد Henderson راه حلی برای کانال های عریض پیدا کرد. در این تحقیق، فرمول مانینگ برای طراحی های کانال جمع کننده مورد استفاده قرار گرفت. معادله ۹ به این دلیل نوشته شد که راه حل در حدود معینی از پارامترهای طراحی وجود ندارد. بدون راهنمای طراحی، مهندسين مجبور به آزمایش هر جایگزین طرح انتخاب شده از بین روش عددی برای تأیید وجود مقطع جریان بحرانی می گردند. به منظور ایجاد راهنمای طراحی برای تعیین راه حل های امکان پذیر برای معادله ۹، هر دو معادله ۷ و ۹ با عرض کانال، B ، سازگار شده اند:

$$\frac{N}{S_o} \frac{P_*^3}{T_* A_*^3} + 2 \frac{F_q}{S_o} \frac{1}{\sqrt{T_* A_*}} = 1 \quad -9$$

$$X_* = \frac{\sqrt{A_*^3 / T_*}}{F_q / S_o} \quad -10$$

$$N = \left[\frac{n\sqrt{g}}{1/49B^{1/6}} \right]^2 \quad -11$$

$$F_q = \frac{q}{\sqrt{gB^3}} \quad -12$$

$$T_* = 1 + 2ZY_* \quad -13$$

$$A_* = Y_* + ZY_*^2 \quad -14$$

$$P_* = 1 + 2\sqrt{1 + Z^2}Y_* \quad -15$$

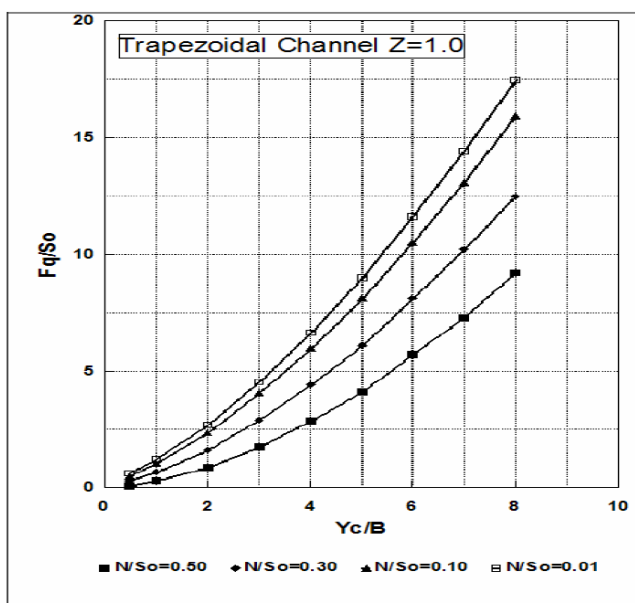
$$Y_* = \frac{Y_c}{B} \quad -16$$

$$X_* = \frac{S_o x_c}{B} \quad -17$$

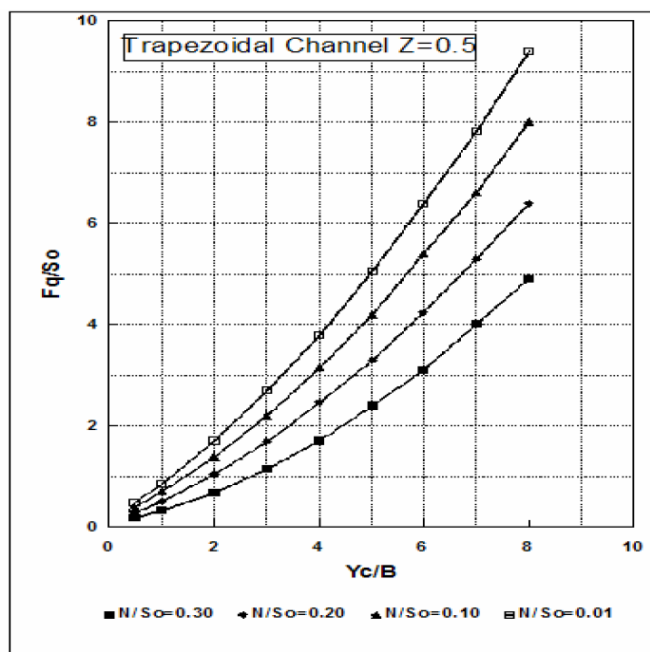
که در آن، Z = شیب جانبی کانال، و نماد * معرف پارامترها در مقطع جریان بحرانی است. برای یک کانال مستطیلی، معادله ۱۲ می تواند به این صورت کاهش یابد:

$$\frac{N}{S_o} \frac{(1 + 2Y_*^2)^2}{Y_*^3} + 2 \frac{F_q}{S_o} \frac{1}{\sqrt{Y_*}} = 1 \quad -18$$

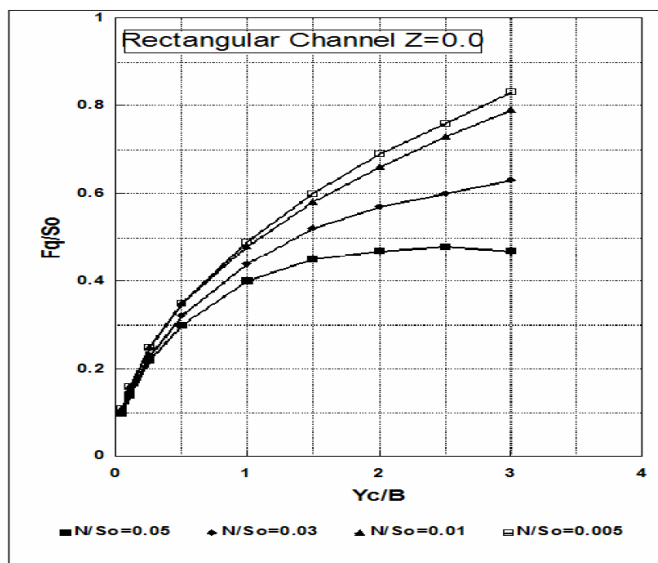
نسبت بیشتر N/S_o به یک کانال سخت در شیب ملایم اشاره دارد و نسبت بالاتر نسبت F_q/S_o به این معنی است که کانال به سمت جریان ورودی بالایی برخورد می کند. کانال جمع کننده به عنوان بخشی از یک سیستم آبریز یا سیستم هدایت حرارتی معمولاً برای داشتن یک مقطع باریک طراحی شده است. راه حل های معادله 10 برای کانال های دوزنقه ای با شیب جانبی $V: 1H1$ یا $V: 1H2$ در شکل ۱ و ۲ ترسیم شده اند. راه حل معادله ۱۹ برای مقاطع کانال مستطیلی در شکل ۳ ترسیم شده است. در مورد معادله ۱۰، متوجه شدیم اگر یکی از دو گروه بدون بعد بیش از مقدار واحد باشد، راه حلی وجود ندارد. به عنوان مثال، یک بخش جریان بحرانی می تواند در کانال های جمع کننده دوزنقه ای با مقدار بالای N/S_o از ۰,۰۱ تا ۰,۵۰ و F_q/S_o از ۰,۱۸ تا ۱۷,۴۵ ایجاد شود، اما نه برای کانال های جمع کننده مستطیلی که N/S_o آن ها از ۰,۰۰۵ تا ۰,۰۵ و F_q/S_o از ۰,۰۹۵ تا ۰,۸۳ متغیر است.



شکل ۱. شرایط جریان بحرانی در یک کانال جمع کننده با شیب جانبی 1V:1H



شکل ۲. شرایط جریان بحرانی در یک کانال جمع کننده با شیب جانبی 0.5V:1H



شکل ۳. شرایط جریان بحرانی در یک کانال جمع کننده مستطیلی

نتیجه گیری و جمع بندی

با توجه به تحقیقات و مقالاتی که در این تحقیق مورد بحث قرار گرفتند، می توان پاسخ های خوبی به سوالات مختلف راجع به آنالیز عددی و محاسبه ی ضریب دبی در سرریزهای جانبی، جانمایی مقطع بحرانی جریان در کانال های جمع کننده، ترسیم پروفیل سطح آب در کانال های وی شکل و نحوه ی بدست آوردن قطر هیدرولیکی لوله های کشاورزی (با استفاده از تئوری جریان های گسسته با افزایش دبی) و ... پیدا نمود.

در ارتباط با پیدا نمودن جایگزین مناسب برای ضریب دبی اولیه در سرریزهای کناری با توجه به آزمایشات انجام شده این نتیجه بدست آمد که بین دبی محاسبه شده آزمایشگاهی و تئوری تشابه وجود دارد، به این صورت که در امتداد سرریز کناری طولی، دبی کاهش پیدا می کند در حالی که عمق آب افزایش پیدا می کند و هر دو مقدار افزایش می یابند وقتی زاویه سرریز کناری با مقدار حداکثر دبی در زاویه ۳۰° سرریز که افزایش ۷۰٪ نسبت به زاویه ۹۰° را نشان می دهد زیاد شود.

با استفاده از روش نقطه منفرد و معادله ی مانینگ می توان موقعیت مقطع بحرانی را (در صورت وجود) در یک جریان پیدا نمود. اگر یک کانال خیلی کوتاه باشد یا توسط یک پایاب غوطه ور باشد، مقطع بحرانی ممکن است رخ ندهد. وجود جریان بحرانی هم چنین به ترکیب هندسه مقطع عرضی، زبری، شیب و نرخ جریان ورودی بستگی دارد.

با استفاده از نتایج تجربی و همراه با معادله دینامیکی پیشنهادی برای یک کانال تحتانی وی شکل نتیجه های اصلی به شرح زیر است: نتایج نشان می دهد که در دبی های جریان اصلی و گسسته، وقتی که ما تاثیر شتاب را نادیده می گیریم، پروفیل سطح آب پایین می آید که برای بررسی اثرات حرکتی نیست. مقایسه نتایج تجربی و معادله دینامیکی نشان می دهد که در مورد کانال های شیب تند (رژیم جریان فوق بحرانی) این معادله به خوبی پروفیل سطح آب را پیش بینی می کند، اما نتایج آن را برای کانال با شیب ملایم کمتر تخمین می زند.

نتایج برای پروفیل سطح آب و طول سرریز در یک کانال مستطیلی با استفاده از رویکرد رانگ کوتا با روش آزمون و خطای سنتی مقایسه می شوند. به هر حال، روش دیمارچی برای برنامه نویسی آسان تر است و به طور قابل ملاحظه ای سریع تر. این رویکرد را می توان به راحتی گسترش داد تا شامل جریان بیش از یک سرریز جانبی در هر شکل کانال باشد.

از نقطه نظر هیدرولیکی، جریان در لوله های زهکشی کشاورزی می تواند به عنوان جریان گسسته مکانی با دبی افزایشی شبیه سازی شود. برای یک لوله زهکشی با خروجی آزاد و شیب طولی کمتر از شیب بحرانی، که موقعیتی برای سیستم های زهکشی کشاورزی است، مقطع کنترل در انتهای پایین دست لوله رخ خواهد داد.

References

۱. Ahmed. Y., 2011. Theoretical analysis of flow over the side weir using Runge Kutta method. *Annals of Faculty Engineering Hunedoara-International-Journal of Engineering* IX 2.47-50
۲. Ahmed. Y., Azza, N., Talal, A., 2013. Simulation of flow over side weir using Simulink. *Scientia . Iranica Int. J. Sei Technol.*, in press.
۳. Azza, N., AL-Talib., 2012. Flow over oblique side weir. *Damascus Univ. Journal* 28 (1), 15-22.
۴. Borghei, S.M., Jalili, M.R., Ghodsian, M., 1999. Discharge coefficient for sharp-crested side weirs insubcritical flow. *J. Hydr. Eng. ASCE* 125 (10),1051-1056.
۵. Borghi, S., Vatannia, Ghodsian. M., Jalili, M., 2003. Oblique rectangular sharp crested weir. *Proceedings of the ICE – Water and Maritime Engineering* 156 (2), 185-191.
۶. Bruce, M., 1995. Discussion subcritical flow over rectangular side weir. *J. Hyder. Eng, ASCE* 121 (7), 309.
۷. Chow, V.T., 1959. *Open Channel Hydraulics*. Springer, Berlin, 349-460.
۸. Honar., T., Javan., M., Keshavarzi., A., 2004. Inclined side weir analysis using elementary discharge coefficient in non prismatic rectangular channel. *6th International. Conf. on hydroinformatics*, 1-7.
۹. Huagao, T., Wang, L., Ken, G., 2007. Design of side weirs insubcritical flow. *ASCE Conf. Proc. Urban. Model.*, 438-449.
۱۰. Jalili, M., Borghi, S., 1996. Discussion discharge coefficient of rectangular side weirs. *J. Irrig. Drain: Eng. ASCE* 122(4), 132.
۱۱. Knight, C., 1989. Design of efficient side channel spillway. *J. Hydr. Eng. ASCE* 115 (9), 1275-1289.
۱۲. Mahmodiniaa, S., Javanb, M., Eghbalzadehb, A., 2012. The effects of the upstream Froude number on the free surface flow over the side weirs. *Int. Conf, Mod. Hyder. Eng., Procedia Eng* 28 (1), 644-647.
۱۳. Mwafaq, Y.M., Ahmed, Y.M., 2011. Discharge coefficient for an inclined side weir crest using a constant energy approach. *Flow Meas. Instrum.* 22 (6), 495-499.
۱۴. Nalder, G., 2004. Discussion oblique rectangular sharp crested weir. *Proc. Instit. Civil Eng, Water Mng, Eng*, 157 (4), 217-218.
۱۵. Nihat, K., Emin, M., Hayrullah, A., 2011. Discharge coefficient of a semi elliptical side weir in subcritical flow. *Flow Meas. Instrum.* 22 (6), 25-32.
۱۶. Ojha, C., Subbaiah, D., 1997. Analysis of flow through lateral slot. *J. Irrig. Drain. Eng. ASCE* 123 (5), 402-405.
۱۷. Ramamurthy, A.S., Subramanya, K., Carballada, L., 1978. Uniform discharge lateral weirs. *J. Irrig. Drain. Eng. ASCE* 104 (IR4), 399-412.
۱۸. Ramamurthy, A.S., Subramanya, K., Carballada, L., 1980. Lateral weir flow model. *J. Irrig. Drain. Eng. ASCE* 106 (IRI), 9-25.
۱۹. Ramamurthy ,A.S., Tim, U., Sarraf, S., 1986. Rectangular lateral orifices in open channels. *J. Environ. Eng. ASCE* 112 (2), 292-300.
۲۰. Rao, K.H., Pillai, C.R., 2008. Study of flow over side weirs under supercritical conditons. *Water Resources Manage. Springer*, 12. 131-143.
۲۱. Samani, K., 2010. Analytical approach for flow over an oblique weir, *J. Trans. A: Civil Eng.* 17 (2), 107-117.
۲۲. Singh, R., Manivannan, D., Satynarayana, T., 1994. Discharge coefficient of rectangular side weirs, *J. Irrig. Drain. Eng. ASCE* 120 (4), 814-819.
۲۳. Smith, K., 1973. Computer programing for flow over side weirs. *J. Hyder. Eng. ASCE* 99 (3), 495-507.

- .۲۴ Subramanya, K., Awasthy, S.C., 1972. Spatially varied flow over side weirs. J. Hydr. Eng. ASCE 98 (1), 1-10.
- .۲۵ Swamee, K, Masoud, S., 1994a. Side weir analysis using elementary discharge coefficient. J. Irrig. Drain. Eng. ASCE 120 (4), 742-755.
- .۲۶ Swamee, P.K., Pathak, S.K., Mohan. M., Agrawal, S.K., Ali, M.S., 1994b. Subcritical flow over rectangular side weir. J. Hydr. Eng. ASCE. 120 (1), 212-217.
- .۲۷ Bremen, Roger, and Hager, Willi H., "Experiments in Side-Channel Spillways", J. of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol 115, No 5, May 1989.
- .۲۸ Chow, Ven Te, "Open-Channel Hydraulics", McGraw-Hill Book Company, New York, 1959.
- .۲۹ French, Richard H., "Open-Channel Hydraulics", McGraw-Hill Book Company, New York, 1985.
- .۳۰ Henderson, F.M., "Open Channel Flow", MacMillan Publishing CO., Inc., New York, 1966.
- .۳۱ Ackers, P., "A Theoretical Consideration of as Side Weirs Storm-Water Overflows", Proc. J. of ICE, Vol. 6, pp 250-269, Febuary 1957, London.
- .۳۲ Beecham, S.: Khiadani, M.H., and Kandasamy, J., "Friction Factors for Spatially Varied Flow with Increasing Discharge", J. of Hydraulic Eng., ASCE, Vol, 131, HY9, 2005, pp. 792-799.
- .۳۳ Bremen, R.: and Hager, W.H., "Experiments in Side-Channel Spillways", J. of Hydr. Eng., ASCE, Vol. 115, No. 5, May 1989.
- .۳۴ Chow, V . T., "Open-Channel Hydraulics", McGraw-Hill Book C o., 1959, New York.
- .۳۵ Emmett, W.W., "The Hydraulics of Overland Flow on Hill Slopes", Proc. Geological Survey Professional paper 662-A, U.S. Government printing Office, 1970, Washington.
- .۳۶ Farenly, H.S.; and Markus, A., "Side-Channel Spillway Design", J. Hydr. Div., ASCE, Vol. 88, HY3, 1962, pp. 131-154.
- .۳۷ Fox, J.A.; and Goodwill, I.M., "Spatially Varied Flow in Open Channels", Proc. J. of ICE, Paper No. 7298, January 1971, pp 311- 325.
- .۳۸ French, R.H., "Open Channel Hydraulics", McGraw-Hill Book Co., 1985, New York.
- .۳۹ Hager, W.H., "Trapezoidal Side-Channel Spillways", Canadian J. Civil Engrs., Vol. 12, 1985, pp. 774-781.
- .۴۰ Henderson, F.M., "Open Channel Flow", Macmillan, 1966, New York .
- .۴۱ Hinds, J., "Side Channel Spillways: Hydraulic Theory, Economic Factors, and Experimental Determination of Losses", Trans., ASCE, Vol. 89, 1926, pp. 881-927.
- .۴۲ Katz, D.E.; Watts, F.J.; and Burroughs, E.R., "Effects of Surface Roughness and Rainfall Impact on Overland Flow", J of Hydraulic Eng., ASCE, Vol. 121, No. 7, July 1995 .
- .۴۳ Keulegan, G.H., "Determination of Critical Depth in Spatially Variable Flow", Proc., 2nd Midwestern Conf. on Fluid Mechanics, Bulletin 149, Ohio State University, Engineering Experiment Station, Columbus, Ohio, 1952, pp. 67-80.
- .۴۴ Smith, K.V.H., "Control Point in a Lateral Spillway Channel", J. of Hydr. Div., ASCE, Vol. 93, HY3, 1967, pp. 27-34.
- .۴۵ Woo, DC; and Brater, E.F., "Spatially Varied Flow Controlled Rainfall", J. of Hydr. Div., ASCE, Vol. 88, No. 6, 1962, pp 31-57.
- .۴۶ Yen, B.C., "Spatially Varied Open-Channel Flow Equations", Water Resources Research Report No. 51, Water Resource Centre, University of Illinois at Urbana-Champaign, 1971, Urbana, Illinois, USA.
- .۴۷ Yen, B.C.; and Wenzel, H.G., "Dynamic Equations for Steady Spatially Varied Flow", J. of Hydr. Div., ASCE, Vol. 96, HY3, 1970, pp. 801-814.

- .۴۸ Yoon, Y.N.; and Wenzel, H.G., "Mechanics of Sheet Flow under Simulated Rainfall", J. of Hydr. Div., ASCE, Vol. 97, HY9, 1971, pp. 1367-1386.
- .۴۹ Chow V T, Open-Channel Hydraulics, McGraw-Hill Book Co, New York, 1959.
- .۵۰ Chadwick, A, and Morfett, J, Hydraulics in Civil Engineering and Environmental Engineering, Allen and Unwin Ltd: 2nd Ed., London, 1993.
- .۵۱ Robertson J A, Cassidy J J and Chaudhry, M H, Hydraulic Engineering Houghton Mifflin Co, Boston, 1987.
- .۵۲ France, P W, Mathematical models for reservoir routing, Symposium on Engineering Hydrology, ASCE, San Francisco, 1993.
- .۵۳ Frazer, W, The behavior of side weirs in prismatic rectangular channels, Proc. Institution of Civil Engineers, London, Vol. 6, Feb.(۱۹۵۷) .
- .۵۴ DeMarchi, G, Essay on the performance of lateral weirs, L'Energia Elettrica, Milano, Nov., 849-860(۱۹۳۴) .
- .۵۵ ASCE (American Society of Civil Engineers) (1992) Design and Construction of Urban Stormwater Management Systems. ASCE, New York, Report of engineering practice no. 77.
- .۵۶ Beecham S, Khiadani MH and Kandasamy J (2005) Friction factors for spatially varied flow with increasing discharge. ASCE Journal of Hydraulic Engineering 131(9): 792-799.
- .۵۷ Benefield LD, Judkins JF and Parr AD (1984) Treatment Plant Hydraulics for Environmental Engineers. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- .۵۸ Camp TR (1946) Design of sewers to facilitate flow. Sewage Works Journal 18(1): 3-16.
- .۵۹ Chow VT (1959) Open Channel Hydraulics. McGraw-Hill, New York.
- .۶۰ French Rh (1986) Open Channel Hydraulics. McGraw-Hill, New York.
- .۶۱ Hager WH (1983) Open Channel hydraulics of flows with increasing discharge. Journal of Hydraulic Research 21(3): 177-193