

قانون بنفورد و حسابداری

سید حسام وقفی^۱، محمد مهدی عم رضا^۲ و زینب نوربخش حسینی^۳

^۱استادیار حسابداری، دانشگاه پیام نور، تهران، ایران

^۲دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشگاه پیام نور، تهران، ایران

^۳عضو هیئت علمی حسابداری، دانشگاه فنی و حرفه ای خراسان رضوی، آموزشکده فنی دختران الزهرا(س) مشهد، ایران

چکیده

قانون بنفورد به عنوان ابزار ساده برای مجموعه داده هایی استفاده می شود که اطلاعات مورد نظر را تحلیل کرد و هدف از این بررسی آشنایی با قانون بنفورد و بررسی مقالاتی است که از این روش برای تحلیل داده هایشان استفاده کرده اند. حسابداری قابل اجرا است. با این حال، برخی نشانه ها وجود دارد که ممکن است در داده های تولید شده در نتیجه عملیات ریاضی نیز قابل استفاده باشد. با توجه به بررسی های بعمل آمده می توان بیان کرد که طبق قانون بنفورد در شرکت های دارای درماندگی مالی دستکاری در ارقام سود وجود دارد. قانون بنفورد توانایی کشف تقلب در صورت حساب های تراز نامه و سود یا زیان را دارد. طبق قانون بنفورد مدیریت آرایش سود نیز قابل تشخیص است. قانون بنفورد نیز توانایی تشخیص فرار مالیاتی با بررسی داده مالی افراد و سازمان ها را دارد.

واژه های کلیدی: قانون بنفورد، حسابداری، بازار سرمایه

۱. مقدمه

در دنیای امروزه و جوامع بشری سازمان ها و محققان نتایج حاصل از مشاهده پدیده های مختلف توسط خود را بعد از تجزیه و تحلیل به کمک روش های مختلف با قانون هایی مختص همان موضوع که به عنوان معیار سنجش تلقی می شوند تطابق می دهند تا مشخص شود نتایج بدست آمده از این قوانین پیروی و تبعیت می کند یا خیر ، اما در دنیای حساب های مالی، قوانین خاصی وجود دارد ، یکی از این قوانین ، قانون بنفورد یا قانون رقم آغازین می باشد. قانون بنفورد، مشاهده تجربی است که بیان می کند ارقام معنی دار در بسیاری از مجموعه ها داده های عددی به وقوع می پیوندند، به طور یکنواخت توزیع نشده اند. این ارقام توزیع لگاریتمی خاصی را دنبال می کنند، به این صورت که احتمال وقوع رقم یک به عنوان رقم اول در بسیاری از مجموعه داده ها بیشتر از سایر ارقام است و احتمال وقوع رقم ها ۲ تا ۹ به تناسب اینکه ارزش آن بیشتر می شود ، کاهش پیدا می کند [۶]. نیوکامب^۱ (۱۸۸۱) برای نخستین بار پی برد که ارقام آغازین اعداد دارای توزیع یکنواختی نیستند. هنگامی که وی برای انجام یکسری محاسبات مشغول استفاده از کتاب های لگاریتم بود متوجه شد که صفحات شامل لگاریتم هایی که با رقم ۱ شروع می شوند نسبت به دیگر صفحات بیشتر فرسوده شده اند. وی پس از بررسی های بیشتر به این موضوع پی برد که در بسیاری از پدیده های طبیعی اعداد کوچکتر شانس بیشتری برای ظاهر شدن در رقم آغازین مشاهدات دارند. وی به صورت تجربی قاعده ای پیدا کرد که به خوبی با مشاهداتش مطابقت داشت. بر اساس این قاعده درصد اعدادی که با رقم d شروع می شوند برابر : $\log_{10} (1 + \frac{1}{d})$ است. اما نیوکامب هیچگاه موفق به ارائه تفسیر یا اثباتی برای این حدس نشد و در مواجهه با عدم توجه عمومی نسبت به موضوع خیلی زود آن را به دست فراموشی سپرد. در سال ۱۹۳۸ فرانک بنفورد^۲ فیزیک دان شرکت جنرال الکتریک در مطالعاتی مستقل به الگوی مشابهی دست یافت، وی مجموعه ای بزرگ بالغ بر ۲۰۲۲۹ مشاهده از پدیده های مختلف و اغلب نامربوط مانند اطلاعات مربوط به بازی بیس بال، پهنا و طول رودخانه ها ، صورت حساب های برث ، وزن مولکولی مواد ، شماره خیابان محل سکونت و غیره را جمع آوری نمود و پیروی آنها از قانون بنفورد را مورد بررسی قرار داد. داده های که بنفورد مورد بررسی قرار داد با تقریب بسیار خوبی منطبق با قاعده ای بود که نیم قرن پیش نیوکامب بدست آورده بود. البته بنفورد نیز نتوانست هیچگونه استدلالی برای درستی این قانون ارائه دهد. اولین قدم برای شرح این قانون در سال ۱۹۶۱ توسط پینکام^۳ ریاضی دان آمریکایی برداشته شد. اما وی تنها موفق به اثبات دلیل وجودی این قانون شد و نتوانست تحلیلی ریاضی برای آن ارائه کند. در نهایت هیل^۴ این قانون را برای ارقام اول و دوم اعداد اثبات نمود. همچنین پیترورنو^۵ و همکاران در سال ۲۰۰۱ بیان داشتند که یکی از مبانی اولیه توزیع بنفورد به دلیل فرایند های ضربی است . آنها همچنین بیان کردند که بسیاری از سیستم های عددی نظیر قیمت های بازار سهام از سیستم های دینامیکی به سویله فرایند های براونی پیروی نکرده بلکه بر اساس فرایند های ضربی عمل می کند. اگر اعدادی که بر اساس توزیع بنفورد توزیع شده اند در عددی ثابت ضرب شوند یا به پایه ی دیگری تبدیل شوند در نتیجه ی ازمون تغییری حاصل نمی شود. قانون بنفورد مربوط به قانون زیف^۶ که برای زبان شناسان شناخته شده است و برای مطالعه فراوانی کلامت در یک نسخه خطی استفاده می شود. قانون بنفورد یکسری مبانی خاص خود را دارد که به توضیح آنها می پردازیم، اگر متغیر تصادفی D نشان دهنده اولین رقم یک عدد از سمت چپ باشد ، در این صورت بر اساس قانون بنفورد D دارای توزیعی گسسته و چوله به راست به صورت

$$P_{D_1}(d) = \log_{10} (1 + \frac{1}{d}), d = 1, \dots, 9$$

است. این قانون تنها محدود به اولین رقم معنی دار نبوده و می توان آن را به ارقام بالاتر تعمیم داد. فرض کنید $D_i = 1, 2, 3, \dots$ و D_i نشان دهنده i -امین رقم معنی دار از سمت چپ در اعداد در پایه ۱۰ باشند. در این صورت به ازای عدد صحیح و مثبت K توزیع توام (D_1, \dots, D_K) به صورت :

$$P_{D_1, D_2, \dots, D_k}(d_1, d_2, \dots, d_k) = \log_{10} \left[1 + \sum_{i=1}^k d_i * 10^{k-i} \right], i$$

$$= 2, 3, \dots, 9 ; \quad d_i \in \{0, 1, 2, 3, \dots, 9\}; d_1 \in \{1, 2, \dots, 9\}$$

خواهد بود.

به عنوان مثال، بر اساس این قانون احتمال مشاهده ی عددی مانند ۰/۳۱۴ برابر

$$P_{D_1, D_2, D_3}(3, 1, 4) = \log_{10} \left(1 + \frac{1}{314} \right) \cong \frac{0}{014}$$

است. به همین ترتیب می توان احتمال اینکه دومین رقم برابر ۲ باشد را بدست آورد. چون اولین رقم یکی از اعداد ۱ و ۲ و ۳ و ۹ است پس عدد که دومین رقم آن ۲ می باشد، با یکی از اعداد ۱۲ و ۲۲ و ۳۲ و ۹۲ آغاز می شود. از این رو احتمال اینکه دومین رقم عدد ۲ باشد برابر با:

$$P_{D_2}(2) = \log_{10} \left(1 + \frac{1}{12} \right) + \dots + \log_{10} \left(1 + \frac{1}{92} \right) \cong 0/109$$

خواهد بود. با توجه به این مثال می توان رابطه ی :

$$P_{D_2}(d_2) = \sum_{k=1}^9 \log_{10} \left(1 + \frac{1}{10k + d_2} \right), d_2 = 0, 1, \dots, 9$$

را برای توزیع احتمال دومین رقم معنی دار ارائه نمود. در حالت کلی تر می توان رابطه ی :

$$P\left(R \leq \frac{t}{10}\right) = \log_{10} t, t \in [1, 10)$$

را برای این قانون ارائه کرد. در ذیل قانون بنفورد با استفاده از فرایندهای ضربی و در مبنایی غیر از ۱۰ اثبات شده است.

$$N(t+1) = \varepsilon N(t)$$

ε متغیر تصادفی است. در فضای لگاریتمی داریم :

$$\ln N(t+1) = \ln \varepsilon + \ln N(t)$$

اگر t به سمت بی نهایت میل کند، توزیع احتمال $\ln(N)$ به توزیع یکنواخت متمایل می شود، اما با یک انتقال در فضا خطی داریم :

$$\int \text{Prob}(\ln N) d(\ln N) = \int C d(\ln N) = C \int \frac{1}{N} dN \quad \int_{-}^{\infty} \frac{1}{N} dN$$

C عدد ثابتی است. از \ln جایی تعریف نشده است، توزیع رقم اول N در مبنای ۱۰، N است که با عبارت زیر بیان می شود :

$$\text{Prob}(n) = \frac{\int_n^{n+1} \frac{1}{N} dN}{\int_1^b \frac{1}{N} dN} = \frac{\ln \frac{n+1}{n}}{\ln b} = \log_b \left(1 + \frac{1}{n} \right)$$

و این توزیع احتمالی است که توسط بنفورد بیان شد.

جدول ۲. احتمال وقوع رقم یک (۱) تا نه (۹) به عنوان رقم اول و بر اساس قانون بنفورد. [۹]

D	1	2	3	4	5	6	7	8	9
P	1/30%	6/17%	5/12%	7/9%	9/7%	6/7%	8/5%	1/5%	6/4%

مبانی نظری

قانون بنفورد اولین بار در سال ۱۸۸۱ میلادی توسط سیمون نیوکمپ ریاضی دان و اخترشناس آمریکایی معرفی شد. او مشاهده کرد صفحات اولیه جدول های لگاریتمی نسبت به صفحات بعدی کهنه تر است. به دنبال این مشاهده، وی چنین استنباط کرد که استفاده کنندگان بیشتر در جست و جوی ارقامی هستند که با ارقام کوچک (۱، ۲ یا ۳) شروع می شود تا اعداد چند رقمی که با ارقام ۴ تا ۹ شروع می شوند. او از این موضوع نتیجه گرفت احتمال این که یک رقم مانند d به عنوان رقم اول ظاهر شود، بر اساس رابطه زیر عبارت است از :

$$p(d = \text{رقم اول}) = \log_{10}(d + 1) - \log_{10}(d)$$

$$d = 1, 2, 3, \dots, 9$$

توزیع نظری در رابطه ۱ همان قانون بنفورد است که امروزه برای ما شناخته شده است [۱۱]. قانون بنفورد از آن جهت دارای اهمیت است که به عنوان مثال در بیشتر پدیده ها افراد به رقم اول اعداد نتایج بدست آمده توجه بیشتری می کنند. از این جهت رقم اول اعداد دارای اهمیتی خاص می باشد و این موضوع با قانون بنفورد یا قانون رقم آغازین مطابقت دارد. بر اساس قانون بنفورد در مشاهداتی که در بسیاری از پدیده های طبیعی بدست می آیند رقم آغازین به صورتی خاص توزیع شده است که برای نمونه می توان به صورت حساب های مشترکین برق، قیمت سهام، تعداد جمعیت، آمار مرگ و میر، تعداد آرای نامزد های انتخاباتی در حوزه ها و حتی صندوق های مختلف رای گیری، صورت حساب های مالی، ثابت های موجود در علوم نظیر ریاضی و فیزیک و اعداد ارائه شده در روزنامه ها و مجلات اشاره کرد. این قانون در راستی آزمایشی اطلاعات، کشف تقلب و اختلاس، فرار های مالیاتی، شناسایی اشتباه یا تخلف در داده های حسابداری، بررسی درستی نتایج انتخابات مورد استفاده قرار می گیرد. اعتبار قانون بنفورد نیز مانند همه قوانین تابع شرایطی است. از این رو این قانون همیشه و برای هر نوع مشاهده ای صادق نیست. بدیهی است که در پرتاب یک تاس سالم اعداد تاس از شانس یکسانی برخوردار هستند. به طور کلی قانون بنفورد در مورد مشاهداتی که زور یا مصلحت اندیشی بر آنها موثر باشد برقرار نیست. به عبارت دیگر برای استفاده از قانون بنفورد به داده هایی نیاز است که نه کاملاً تصادفی بوده و نه بر اساس اجبار و مصلحت اندیشی به دست آمده باشند، بلکه داده هایی که بر اساس شمارش عادلانه حاصل شده باشند مد نظر است. امروزه این قانون در حسابرسی های قانونی به شکل گسترده ای مورد استفاده قرار می گیرد، چرا که اگر حساب ها با قانون بنفورد مطابقت نداشته باشند به این معنی خواهد بود که حساب ها و اعداد به احتمال فراوان جعلی هستند. در کل قانون بنفورد یکی از بنیان های روش های کشف تقلب و کلاه برداری است [۱۶]. از آنجا که داده های حسابداری در واقع یک سری برآوردهای جریان های نقدی آیتم های مختلف بر اساس فعالیت های متفاوت (برای مثال، جریان وجه نقد ناشی از فروش، جریان وجه نقد ناشی از پرداخت ها بابت هزینه های مختلف) است، توزیع نهایی حاصل از ترکیب توزیع این جریان های نقدی، ممکن است از قانون بنفورد تبعیت کند. اگر ارقام به دست آمده از جریان های نقدی و فعالیت های متفاوت بدون خطا و اشتباه باشد، از قانون بنفورد تبعیت خواهد کرد. توزیع ارقام در صورت های مالی در مقیاس لگاریتمی، تقریباً توزیع صاف و متقارن است و انتظار می رود از قانون بنفورد تبعیت کند [۱۱]. جدول زیر داده هایی که می توان از قانون بنفورد استفاده شود و داده هایی که با این قانون مطابقت ندارد بیان می شود.

جدول ۲. رهنمود های پیشنهادی برای مجموعه داده هایی که با قانون بنفورد مطابقت دارند یا ندارند. [۱۴]

خصوصیات مجموعه داده هایی که با قانون بنفورد مطابقت می کنند	خصوصیات مجموعه داده هایی که با قانون بنفورد مطابقت نمی کنند
--	---

دخالت انسان و قضاوت	سیستم ها و فرایندهای به دنبال قانون قدرت
عملیات افزودنی	عملیات ضرب
حد طبیعی بالا و پایین	داده های مالی
داده هایی با دامنه مقدار کوچک	دامنه اعتبار از اندازه سفارشات متعدد
تقسیمات متقارن	توزیع با انحراف مثبت
نمونه هایی با اندازه کوچک	نمونه هایی با اندازه بزرگ
همبستگی خودکار	استقلال داده ها
اعداد اختصاص داده شده و رتبه بندی	داده های ابعادی
داده های مختلف یا ریشه های مختلف	داده های عددی
داده های ترتیبی، تکراری و طبقه بندی	محصولات توزیع آماری

کاربرد های قانون بنفورد

در این بخش تلاش شده است نحوه کار قانون بنفورد با ارائه چند مثال متنوع در زمینه های مختلف تبیین شود. برای بررسی میزان همخوانی مشاهدات مربوط به هر مثال با قانون بنفورد از آزمون کای-دو و معیار مجموع تغییرات فاصله ای استفاده شده است. آزمون کای-دو یکی از آزمون های بررسی نیکویی برازش یک نمونه ی تصادفی به توزیعی مفروض است که به منظور بررسی میزان مشابهت توزیع برآورد دسه و توزیع واقعی به کار می رود. در ادامه به چند مثال از کاربرد این قانون می پردازیم:

۱- ثابت های فیزیک: در بسیاری از مقالاتی که پیرامون قانون بنفورد نوشته شده است از جدول ثابت های موجود در علم فیزیک به عنوان مثالی کاربردی از این قانون یاد شده است. بورک و کینکانون (۱۹۹۱) اولین کسانی بودند که به صورت حدی به بررسی قانون بنفورد برای مقادیر ثابت موجود در کتاب های فیزیک پرداختند.

۲- داده های اقتصادی و اجتماعی: بسیاری از مشاهداتی که از پدیده های اقتصادی و اجتماعی مانند جمعیت، تولید ناخالص داخلی، میزان مصرف سوخت های فسیلی و تعداد سالیانه قتل و خودکشی در کشورها حاصل می شوند، از قانون بنفورد پیروی می کنند.

۳- دنباله های اعداد: ژپینگ و همکاران (۲۰۰۴) میزان همخوانی برخی دنباله های عدد از جمله چند دنباله مشهور ریاضی با قاعده بنفورد را مورد مطالعه قرار دادند.

۱،۳ دنباله اعداد فیبوناچی: دنباله اعداد فیبوناچی با رابطه ای بازگشتی به صورت $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$ نمایش داده می شود

۲،۳: دنباله ی a^n در پایه b

۴- اعداد ارائه شده در صفحات روزنامه ها و مجلات: در میان داده هایی که از قانون بنفورد پیروی می کنند، اعداد ارائه شده در صفحات روزنامه ها و مجلات موضوع جالبی است. این موضوع عنوان یکی از جدول های بیست گانه گردآوری شده توسط بنفورد (۱۹۳۸) است. در نگاه اول این گونه اعداد به نظر کاملا تصادفی می آیند. اما این اعداد نیز کاملا منطبق بر قانون بنفورد هستند

۵- راستی آزمایی مشاهدات مالی: راستی آزمایی مشاهده های مالی شرکت ها و موسسات، یکی دیگر از کاربردهای جذاب قاعده بنفورد است. این مشاهده ها معمولا به دلایل مختلف از جمله فرار از پرداخت مالیات یا استفاده های سیاسی، مورد تحریف و دستکاری قرار می گیرند.

۶- راستی آزمایی نتایج انتخابات: از قانون بنفورد برای راستی آزمایی نتایج انتخابات نیز استفاده می شود. مبین و همکاران (۲۰۰۶) و مبین و والتر (۲۰۰۹) راستی آزمایی نتایج انتخابات مختلف را مورد توجه قرار دادند. به عنوان مثال با بررسی رای انتخاباتی سال ۲۰۰۴ ایالت فلوریدا آمریکا بر اساس قانون توزیع بنفورد متوجه شدند که امارهای بدست آمده دلایل ناچیزی مبنی بر تخطی از قانون بنفورد در بر دارند.

پیشینه تحقیق

وقفی و دارابی (۱۳۹۹) [۱۸] بر اساس پژوهشی با عنوان تحلیل شرکت های درمانده مالی از دیدگاه هموارسازی سود با استفاده از قانون بنفورد با بررسی صورت های مالی شرکت های نمونه طی سال های ۸۷ الی ۹۷ دریافتند که مدیران شرکت های درمانده اقدام به دستکاری سود می کنند و در حقیقت ارقام سود در این نوع شرکت ها از قانون بنفورد تبعیت نمی کند.

خدمای پور و همکاران (۱۳۹۷) [۲] طبق پژوهشی تحت عنوان تاثیر محافظه کاری حسابداری و مالکیت سهامداران نهادی بر مدیریت سود با استفاده از قانون بنفورد دریافتند که نتایج آزمون فرضیه اول حاکی از یک رابطه منفی بین سطح محافظه کاری و مدیریت سود می باشد. نتایج نشان داد شرکت هایی که دارای سطح بالاتر محافظه کاری می باشند از ارقام اول و سوم سود و شرکت هایی که سطح محافظه کاری پایین تری دارند از ارقام اول و دوم و سوم سود به عنوان نقاط مبنا جهت دستیابی به اهداف مدیریت سود استفاده می کنند. نتایج پژوهش نشان می دهد که می توان از محافظه کاری به عنوان یک مکانیسم برای کاهش مدیریت سود استفاده کرد. در واقع با افزایش سطح محافظه کاری، فرصت های انجام مدیریت سود محدود می شود. نتایج آزمون فرضیه دوم حاکی از یک رابطه منفی بین مالکیت سهام داران نهادی و مدیریت سود می باشد.

هاشمی و حریری (۱۳۹۶) [۱۰] پژوهشی با عنوان ارزیابی توانایی قانون بنفورد در شناسایی و پیش بینی کشف تقلب مالی انجام دادند. نتایج آزمون فرضیه اول نشان می دهد توزیع ارقام صورتهای مالی از قانون بنفورد تبعیت میکند؛ در واقع میتوان از این قانون برای بررسی سوء جریان در صورتهای مالی استفاده کرد. براساس یافته های آزمون فرضیه دوم، انحراف بالای صورتهای مالی از قانون بنفورد، نشان دهنده وجود تقلب مالی است. نتایج فرضیه سوم نشان میدهد در سال کشف تقلب، میزان انحراف از قانون بنفورد نسبت به سالهای قبل از کشف تقلب کاهش مییابد؛ در واقع ناتوانی مدیران در دستکاری مجدد ارقام در سال کشف تقلب، موجب کاهش انحراف صورتهای مالی از قانون بنفورد نسبت به سال های قبل از آن شده است.

شمس الدینی و همکاران (۱۳۹۷) [۴] پژوهشی تحت عنوان توانایی قانون بنفورد در کشف تقلب در دو صورت سود یا زیان و ترازنامه انجام دادند و بطور کلی نتایج حاصل از آزمون دو فرضیه پژوهش نشان داد که در شرکت های به ظاهر متقلب، بین درصدهای مشاهده شده با درصدهای قانون بنفورد تفاوت معناداری وجود دارد. نتایج فرضیه دوم نشان داد که بین درصدهای مشاهده شده با درصدهای قانون بنفورد در شرکت های به ظاهر غیر متقلب تفاوت معناداری وجود ندارد. با در کنار هم قرار دادن نتایج دو فرضیه پژوهش، می توان نتیجه گرفت که شرکت های به ظاهر غیر متقلب از قانون بنفورد تبعیت و شرکت های به ظاهر متقلب از این قانون تبعیت نمیکنند، لذا می توان نتیجه گرفت که این قانون، توانایی کشف تقلب موجود در دو صورت حساب ترازنامه و سود یا زیان را داراست.

وقفی و دارابی (۱۳۹۶) [۹] با انجام پژوهشی تحت عنوان کاربرد قانون بنفورد در تحلیل درماندگی مالی شرکت های دولتی دریافتند که به احتمال زیاد نوع مالکیت نمی تواند در شرکت های درمانده مالی از دستکاری و مدیریت سود جلوگیری نماید. با توجه به یافته های پژوهش به سرمایه گذاران اعلام می گردد که در شرکت های درمانده مالی ارقام سود و زیان، دچار دستکاری و مدیریت می شود که قانون بنفورد این فرضیه را نیز تایید می کند

موسوی شیری و همکاران (۱۳۹۵) [۱۷] پژوهشی تحت عنوان ارزیابی مدیریت سود در سطوح مختلف محافظه کاری و سرمایه گذاران نهادی با استفاده از قانون بنفورد انجام دادند میتوان گفت با افزایش سرمایه گذاران نهادی، مدیریت سود شکل میگیرد. بسیاری از دانشمندان معتقدند که سرمایه گذاران نهادی به دلیل تخصص زیاد در این زمینه و در اختیار داشتن مالکیت شایان توجهی از سهام شرکتهای، می توانند نفوذ چشمگیری در شرکتهای داشته باشند و به تبع آن مانع از مدیریت سود شوند. عواملی مانند تجربه ناکافی سرمایه گذاران نهادی در بازار ایران، افق کوتاه مدت سرمایه گذاران نهادی، تبانی های سیاست مدارانه بین سرمایه گذاران نهادی و مدیریت و انگیزه های زیاد دستکاری سود توسط مدیران، میتواند علت تفاوت نتایج پژوهش حاضر با اغلب پژوهشهای مشابه خارجی باشد. در خصوص محافظه کاری نیز میتوان گفت، بررسی همزمان دو معیار محافظه کاری و سرمایه گذاران نهادی و طبقه بندی شرکتهای بر این اساس، از عواملی است که احتمالاً سبب شده سطوح مختلف محافظه کاری

در مدیریت سود توسط شرکتهای تأثیر بسزایی نداشته باشد و یافته‌هایی مغایر با اغلب پژوهش‌های صورت‌گرفته در این زمینه حاصل شود.

پور حسین (۱۳۹۵) [۱۱] با ارائه پژوهشی تحت عنوان بررسی مطابقت داده‌های بورس اوراق بهادار تهران با قانون بنفورد به این نتایج رسید که در بورس اوراق بهادار تهران، اطلاعات مربوط به بازده سهام در دوره پژوهش نه در هر سال و نه در کل دوره پژوهش از قانون بنفورد تبعیت نمی‌کند. این امر در کیفیت اطلاعات مربوط به بازده سهام تردید ایجاد می‌کند و وجود دستکاری داده‌ها در بورس را نشان می‌دهد و می‌تواند یکی از دلایل عدم اطمینان برخی از سرمایه‌گذاران به بازار بورس ایران باشد.

کوچ^۱ و اکامورا^۲ (۲۰۲۰) [۱۳] با ارائه پژوهشی تحت عنوان (قانون بنفورد و گزارش دهی کووید-۱۹) دریافتند که گزارش اطلاعات و داده‌های کرونا و ویروس (کووید-۱۹) کشورهای چین و ایالات متحده و ایتالیا با قانون توزیع رقم اول قانون بنفورد مطابقت می‌کند.

دمیر و جاووریک (۲۰۲۰) [۱۲] با ارائه پژوهشی تحت عنوان تغییرات سیاست تجاری، فرار مالیاتی و قانون بنفورد پس از بررسی داده‌ها با استفاده از قانون بنفورد شاهد افزایش فوری فرار مالیاتی در جریان واردات تحت تأثیر از تغییرات سیاست تجارت شدند که یک سال بعد کاهش می‌یابد.

کوروپو^۵ (۲۰۱۹) [۱۵] پژوهشی با عنوان استفاده از قانون بنفورد در کشف تقلب انجام داد، که نتایج بدست آمده از این پژوهشی حاکی از آن است که میزان کلاهبرداری از شرکت‌ها به صورت سالیانه بسیار زیاد است و شرکت‌ها از این طریق یک دهم از درآمد خود را از دست می‌دهند بدین جهت در این پژوهش مشاهده شد که می‌توان با استفاده از برنامه صفحه گسترده قانون توزیع بنفورد این تقلب‌های مالی را کشف کرد و مانع کلاه برداری از شرکت‌ها شد.

کروگر^۶ و یاداوالی^۷ (۲۰۱۷) [۱۴] در پژوهشی با عنوان قانون بنفورد به نتایجی اعم از اینکه قانون بنفورد به هیچ وجه کامل نیست و همانطور که دیگر آزمون‌ها نقص دارند قانون بنفورد نیز نقض دارد، اما یک روش ارزشمند برای انجام انواع خاصی از تجزیه و تحلیل آماری می‌باشد. همچنین از روابط تجزیه و تحلیل بنفورد می‌توان در پژوهش‌های مهندسی و علمی نیز استفاده کرد.

جدول ۳. طبقه بندی مقالات درباره قانون بنفورد

ردیف	عنوان	نام محقق	سال انتشار	روش تحقیق	نتیجه
1	کاربرد قانون بنفورد در تحلیل درماندگی مالی شرکت‌های دولتی	وقفی / دارابی	1396	قانون بنفورد	شرکت‌های درمانده مالی اقدام به دستکاری سود می‌کنند و در حقیقت ارقام سود در این نوع شرکت‌ها از قانون بنفورد تبعیت نمی‌کنند و اگر شرکت‌ها دارای مالکیت دولتی باشد تغییر در عدم تبعیت شرکت‌ها از قانون بنفورد ندارد.
2	توانایی قانون بنفورد در کشف تقلب در دو صورت سود یا زیان و ترازنامه	شمس الدینی / دانشی / محلاتی / رابینی	1396	قانون بنفورد	شرکت‌های به ظاهر غیر متقلب از قانون بنفورد تبعیت و شرکت‌های به ظاهر متقلب از این قانون تبعیت نمی‌کنند، لذا می‌توان نتیجه گرفت که این قانون، توانایی کشف تقلب موجود در دو صورت حساب ترازنامه و سود یا زیان را داراست
3	تحلیل شرکت‌های درمانده مالی از دیدگاه هموارسازی سود با استفاده از قانون	وقفی / دارابی	1397	قانون بنفورد	نتایج نشان می‌دهد که مدیران شرکت‌های درمانده مالی اقدام به دستکاری سود می‌کنند و در حقیقت ارقام سود در این نوع شرکت‌ها از قانون بنفورد

بنفورد				تبعیت نمی کنند و اگر شرکت ها دارای مالکیت دولتی باشد تغییری در عدم تبعیت شرکت ها از قانون بنفورد ندارد. دیگر نتایج پژوهش نیز نشان می دهد که کمیته حسابرسی نقش خود را در شرکت هایی که دچار درماندگی مالی می باشند به خوبی ایفا نمی کنند به طریقه در این شرکت ها نیز ارقام سود از قانون بنفورد تبعیت نمی کنند.	
4	ارزیابی مدیریت سود در سطوح مختلف محافظه کاری و سرمایه گذاران نهادی با استفاده از قانون بنفورد	موسوی / شیرینی / پیشوایی / خلعتبری	1395	قانون بنفورد	نشان می دهد با افزایش سرمایه گذاران نهادی، مدیریت سود افزایش می یابد که ریشه این امر میتواند افق کوتاه مدت سرمایه گذاران نهادی، تبنانی های سیاست مدارانه بین سرمایه گذاران نهادی و مدیریت و انگیز زیاد در دستکاری سود توسط مدیران باشد. همچنین، نتایج پژوهش حاکی از آن است که سطوح مختلف میزان محافظه کاری، تأثیری در مدیریت سود ندارد
5	ارزیابی توانایی قانون بنفورد در شناسایی و پیش بینی کشف تقلب مالی	هاشمی / حریری	1396	قانون بنفورد	بنفورد در شناسایی و پیش بینی کشف تقلب در صورتهای مالی، مطابقت دارد. در کل با توجه به نتایج این پژوهش، انحراف صورتهای مالی از قانون بنفورد می تواند همچون ابزاری برای شناسایی و پیش بینی کشف تقلب در صورتهای مالی شرکت ها در کنار سایر سازوکارهای موجود، استفاده شود.
6	بررسی مطابقت داده های بورس اوراق بهادار تهران با قانون بنفورد	پورحسین	1398	قانون بنفورد	نتایج پژوهش نشان می دهد اطلاعات مربوط به بازده روزانه سهام شرکت های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران، در دوره پژوهش از این قانون تبعیت نمی کند که دلایل مختلفی مانند تبدیلاتی که بر اطلاعات و داده ها انجام می شود و یا شرایط و وقایع تأثیرگذار در بازار بورس اوراق بهادار دارد.
7	شناسایی مدیریت آرایش سود با استفاده از قانون بنفورد	محمدی / صالحی راد / حاجی زاده	1390	قانون بنفورد	بررسی های به عمل آمده روی شرکت های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران نشان داد که وجود این نوع مدیریت سود تأیید نمی شود و فروانی ارقام در اعداد سود یا زیان گزارش شده شرکت های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران تقریباً از توزیع بنفورد پیروی می کند.
8	تأثیر محافظه کاری حسابداری و مالکیت سهامداران نهادی بر مدیریت سود با استفاده از قانون بنفورد	خدای پور / حسینی / نسب / اشتریان	1397	قانون بنفورد	از نتایج این پژوهش می توان دریافت که ذینفعان شرکت می توانند از محافظه کاری و مالکیت سهام داران نهادی به عنوان دو ابزار کارآمد جهت محدود کردن فرصت های مدیریت سود استفاده کنند.
9	بررسی قانون بنفورد در	رستمی /	1391	قانون	نتیجه تحقیق نشان داد که داده های مورد بررسی از

قانون رقم اول تبعیت نمی کند. عدم مطابقت داده های موجود در بورس از این قانون نتیجه متاثر شدن از تبدیلاتی است که روی آنها صورت می گیرد. همچنین می تواند به نابه هنجاری های رفتاری بازار سرمایه نیز مربوط باشد.	بنفورد		جعفری درگیری	بورس اوراق بهادار تهران	
نتایج این پژوهش بیان میکند که وجود پدیده رند کردن ارقام سود (زیان) خالص تأیید نمیشود و فراوانی ارقام در اعداد سود و زیان گزارش شده شرکتهای پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران تقریباً از توزیع بنفورد پیروی میکند که این نشان دهنده عدم وجود مدیریت آرایشی سود (زیان) خالص گزارش شده است. علاوه بر این اعمال حسابداری محافظه کارانه روی مدیریت آرایشی سود (زیان) خالص تأثیری ندارد	قانون بنفورد -	1395	حسینی / شفیع خانی	بررسی مدیریت آرایش سود توسط قانون بنفورد با تمرکز بر محافظه کاری حسابداری	10

نتیجه گیری

نتایج حاصل شده از قانون بنفورد بر روی یک مجموعه داده باید با دقت و بینش تفسیر شود. همچنین نتایج حاصل از آزمون بنفورد هرگز نباید به عنوان اثبات مطلق یا رد وجود قانون بنفورد استفاده شود به طور سنتی، قانون بنفورد در مجموعه داده ها با ریشه طبیعی و حسابداری قابل اجرا است. با این حال، برخی نشانه ها وجود دارد که ممکن است در داده های تولید شده در نتیجه عملیات ریاضی نیز قابل استفاده باشد. با توجه به بررسی های بعمل آمده می توان بیان کرد که طبق قانون بنفورد در شرکت های دارای درماندگی مالی دستکاری در ارقام سود وجود دارد [۸]. قانون بنفورد توانایی کشف تقلب در صورت حساب های تراز نامه و سود یا زیان را دارد [۴]. طبق قانون بنفورد مدیریت آرایش سود نیز قابل تشخیص است. قانون بنفورد نیز توانایی تشخیص فرار مالیاتی با بررسی داده مالی افراد و سازمان ها را دارد [۱۲] به پژوهشگران نیز پیشنهاد می شود نحوه کارکرد قانون بنفورد در تشخیص نابهنجاری های بازار سرمایه را مورد بررسی قرار دهند. به پژوهشگران آتی پیشنهاد می شود که درباره کارکرد قانون بنفورد در حوزه حسابرسی به پژوهش بپردازند. همچنین موضوع دیگری که به پژوهشگران پیشنهاد می شود نحوه سفارش گذاری در خرید سهام بازار سرمایه را توسط قانون بنفورد مورد بررسی قرار دهند.

منابع

۱. پورحسین، سمیه. (۱۳۹۸). "بررسی مطابقت داده های بورس اوراق بهادار تهران با قانون بنفورد". فصلنامه علمی - پژوهشی مدیریت دارایی و تامین مالی، سال هفتم، شماره اول، شماره پیاپی (۴۲)، صص ۱۰۳-۱۱۲.
۲. خدای پور، احمد، حسینی نسب، حجت، اشتریان، افشین. (۱۳۹۷). "تأثیر محافظه کاری حسابداری و مالکیت سهامداران نهادی بر مدیریت سود با استفاده از قانون بنفورد". مجله پژوهش های حسابداری مالی و حسابرسی، سال دهم (شماره ۳۹)، صص ۱-۲۷.
۳. رستمی، محمدرضا، جعفری، اعظم. (۱۳۹۱). "بررسی قانون بنفورد در بورس اوراق بهادار تهران". مجله پژوهش های مدیریت در ایران، دوره ۱۷ (شماره ۱)، صص ۹۵-۱۰۹.
۴. شمس الدینی، کاظم، دانشی، وحید، محلاتی، محمد علی. (۱۳۹۷). "توانایی قانون بنفورد در کشف تقلب در دو صورت سود یا زیان و ترازنامه". مجله دانش حسابرسی، سال هجدهم (شماره ۷۳)، صص ۱۶۷-۱۸۶.
۵. فلاح، افشین، دانش نژاد، محمدرضا. (۱۳۹۲). "قانون بنفورد و کاربرد های آن". مجله اندیشه آماری، سال هجدهم (شماره ۳۵)، صص ۷۱-۸۴.

۶. محمدی، حمید، صالحی راد، معصومه، حاجی زاده، سعید. (۱۳۹۰). "شناسایی مدیریت آرایشی سود با استفاده از قانون بنفورد". *مجله دانش حسابرسی، سال یازدهم (شماره ۴۵)*، صص ۵۱-۶۷.
۷. موسوی، محمود، پیشوایی، فاطمه، خلعتبری، حسن. (۱۳۹۵). "ارزیابی مدیریت سود در سطوح مختلف محافظه کاری و سرمایه گذاران نهادی با استفاده از قانون بنفورد". *مجله بررسی های حسابداری و حسابرسی، دوره ۲۳ (شماره ۲)*، صص ۲۱۳-۲۳۴.
۸. وقفی، حسام، دارابی، رویا. (۱۳۹۹). "تحلیل شرکت های درمانده مالی از دیدگاه هموارسازی سود با استفاده از قانون بنفورد". *مجله پژوهش های تجربی حسابداری، سال دهم (شماره ۳۷)*، صص ۲۷-۵۲.
۹. وقفی، حسام، دارابی، رویا. (۱۳۹۶). "کاربرد قانون بنفورد در تحلیل درماندگی مالی شرکت های دولتی". *مجله حسابداری دولتی، سال چهارم (شماره ۱)*، صص ۵۹-۷۷.
۱۰. هاشمی، عباس، حریری، امیرسینا. (۱۳۹۶). "ارزیابی توانایی قانون بنفورد در شناسایی و پیش بینی کشف تقلب مالی". *مجله بررسی حسابداری و حسابرسی، دوره ۲۴ (شماره ۲)*، صص ۲۸۳-۳۰۲.
1. Amiram, D., Bozanic, Z. & E. Roen. (2015). "Financial Statement Errors: Evidence from the Distributional Properties of Financial Statement Numbers". **Review of Accounting Studies**, 20(4), 1540-1593.
12. Demir, banu, javorcik, beata. (2020). "trade policy changes, tax evasion and benford law". **Journal of development economics**, 144, pp1-19.
13. Koch, christoffer, okamura, ken. (2020). "benford law and COVID-19 reporting". **Economics letters**, 196, pp1-4.
14. Kruger, p.s, yadavalli, V.S.S. (2017). "the power of one: benford law". **South African journal of industrial engineering**, 28(2), p 1-13.
15. Kuruppu, nirosh. (2019). "the application of benford law in fraud detection: a systematic methodology". **International business research**, 12(10), pp1-10.
16. Varian, Hal. (1972). "Benford's Law (Letters to the Editor)". **The American Statistician**. 26 (3): 65.